**Compito di Complementi di Analisi Matematica I del 26–09–05**

**Esercizio n.1**

Calcolare $I = \displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{d\vartheta}{5 + 4\sin\vartheta}$

**Esercizio n.2**

Si risolva il problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{2t} + \delta(t-1) \\ y(0) = 0, \qquad y'(0) = 0 \end{cases}$

**Esercizio n.3**

Stabilire se il campo vettoriale $\vec{F}(x,y) = \dfrac{y^2 - x^2 - 2xy^2}{(x^2+y^2)^2}\vec{e}_1 + \dfrac{2xy(x-1)}{(x^2+y^2)^2}\vec{e}_2$ è conservativo nel suo dominio di definizione ed in caso affermativo calcolare una funzione potenziale.

**Gli studenti risolvano almeno uno dei due esercizi che seguono**

**Esercizio n.4**

Sia $\varphi$ la curva espressa in coordiante polari dall'equazione $\rho = \sqrt{1 + \cos\vartheta}$, $0 \le \vartheta \le 2\pi$.

i) Si verifichi che $\varphi$ è semplice e chiusa
ii) Si calcoli l'area della regione limitata da $\varphi$
iii) $\varphi$ è regolare? È regolare a tratti?
Giustificare le risposte

**Esercizio n.4.1**

Un filo avente densità 1 è disposto lungo le due curve $\gamma_1$ e $\gamma_2$. $\gamma_1(t) = \begin{cases} x(t) = bt^3 \\ y(t) = t^2 \end{cases}$ e $\gamma_2(t) = \begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = -at + c \end{cases}$ $-1 \le t \le 1$.
Stabilire che relazione intercorre fra $a$, $b$ e $c$ affinché il baricentro del filo si trovi nell'origine.